

Regole di derivazione

- La derivata di una somma algebrica di funzioni è uguale alla somma delle derivate :

$$D(f(x) \pm g(x)) = f'(x) \pm g'(x)$$

- La derivata di una funzione moltiplicata per una costante è uguale alla costante moltiplicata per la derivata della funzione:

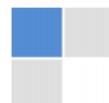
$$D(Kf(x)) = kD(f(x))$$

- La derivata di un prodotto di funzioni è dato:

$$D(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

- La derivata di un rapporto di funzioni è dato:

$$D\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$



Utilizziamo il principio di induzione per provare che derivata della funzione $f(x) = x^\alpha$ è

$$f'(x) = \alpha x^{\alpha-1} \quad (1)$$

Per $\alpha = 1$ $f(x) = x$, come già visto $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h) - x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = 1$

Supponiamo che la (1) è vera per $\alpha - 1$ ovvero che la derivata di

$$f(x) = x^{\alpha-1}$$

è

$$f'(x) = (\alpha - 1)x^{\alpha-2},$$

proviamolo per α .

Possiamo scrivere:

$$D(x^\alpha) = D(x^{\alpha-1}x)$$

applicando la regola di derivazione di un prodotto si ha:

$$D(x^{\alpha-1}x) = (\alpha - 2)x^{\alpha-2}x + x^{\alpha-1}1 = x^{\alpha-2}x[\alpha - 2 + 1] = x^{\alpha-1}(\alpha - 1)$$

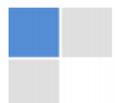
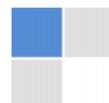


Tabella delle derivate

$f(x)$	$f'(x)$
K ($K \in \mathbb{R}$)	0
x ($a \in \mathbb{R}$)	x^{-1}
a^x ($a \neq 0, a \neq 1$)	$a^x \cdot \ln a$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$ ($a \neq 0, a \neq 1$)	$\frac{1}{x} \ln a$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$



y (funzione)	y' (derivata)
$k f(x)$	$k f'(x)$
$f(x) \pm g(x)$	$f'(x) \pm g'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$f(x) \cdot g(x) \cdot h(x)$	$f'(x)g(x)h(x) + f(x)g'(x)h(x) + f(x)g(x)h'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
$[f(x)]^n$	$n[f(x)]^{n-1} f'(x)$
$[f(x)]^{g(x)}$	$[f(x)]^{g(x)} \cdot \left[g'(x) \cdot \ln[f(x)] + \frac{g(x)f'(x)}{f(x)} \right]$
$f(g(x))$	$f'(g(x))g'(x)$
$\sin f(x)$	$\cos f(x) f'(x)$
$\cos f(x)$	$-\sin f(x) f'(x)$
$tg f(x)$	$\frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$
$ctg f(x)$	$-\frac{f'(x)}{\sin^2 f(x)}$
$\log_{\alpha} f(x)$	$\frac{f'(x)}{f(x)} \log_{\alpha} e$
$\ln f(x)$ oppure $\ln f(x) $	$\frac{f'(x)}{f(x)}$
$a^{f(x)}$	$a^{f(x)} \cdot \log a \cdot f'(x)$
$e^{f(x)}$	$e^{f(x)} \cdot f'(x)$
$f^{-1}(x)$ ***	$\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
$\arcsin f(x)$	$\frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}$
$\arccos f(x)$	$-\frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}}$
$arctg f(x)$	$\frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$
$arcctg f(x)$	$-\frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2}$

Informazioni utili

$$y = e^{\log \sin x} = \log e^{\sin x} = \sin x$$

$$\frac{1}{y} y' = \log x + 1$$

*** Per ricavare la funzione inversa, risolvere l'equazione $y = f(x)$ in x . Il valore della x che si trova è la funzione inversa $f^{-1}(y)$